

# El Coeficiente de Balasto en el cálculo de Pantallas

## The Coefficients of Subgrade Reaction and the calculation of Retaining Walls

**Fernando Muzás Labad.** Dr. Ingeniero de Caminos Canales y Puertos  
 Profesor de Mecánica del Suelo ETSAM. [fmuzasl@ciccp.es](mailto:fmuzasl@ciccp.es)

**Resumen:** En la actualidad para el cálculo de pantallas es frecuente utilizar programas de ordenador en los que el comportamiento del terreno se asimila al modelo de Winkler o a modelos matemáticos más complejos, que utilizan parámetros similares a unos coeficientes de balasto. Los manuales de estos programas dan recomendaciones para la elección de los coeficientes, pero, en general, ignoran que estos parámetros no son una constante del terreno sino que dependen del problema estudiado y de su geometría. En el presente artículo, basándose en diversos cálculos por elementos finitos (FEM) se proponen fórmulas para cuantificar los coeficientes de balasto, en función de las características de deformabilidad y de resistencia del terreno, así como de la geometría del problema en cada fase de ejecución.

**Palabras Clave:** Balasto, Winkler, Pantallas, Interacción Estructura-Terreno

**Abstract:** Nowadays for calculating retaining walls, it is frequently used some computer programs, based in the model of Winkler or others mathematical models that use subgrade reaction coefficients for simulating the soil behavior. The manuals of the programs give some recommendations about the values of the coefficients to be adopted, but generally it is ignored that these parameters are not a constant of the soil, as they depend on the problem studied and also of its geometry. In this paper, after several calculations by finite element model (FEM), some formulations are proposed for evaluating the parameters of subgrade reaction, as function of deformability and resistance characteristic of the ground as well of the geometry of the problem in the different stages of construction.

**Keywords:** Subgrade Reaction, Winkler, Retaining Walls, Soil-Structure Interaction

### 1. Introducción y antecedentes

El presente artículo pretende ser una continuación y un complemento de otro anterior titulado "Consideraciones sobre la elección de Coeficientes de Balasto" que fue publicado en la Revista de Obras Públicas de Noviembre de 2.002, en el cual se hizo un resumen de las propuestas que K. Terzaghi presentó en la revista Geotechnique, en 1955, bajo el título "Evaluation of coefficients of subgrade reaction".

En dicho artículo se indicaba que, cuando se aborda el estudio de cimentaciones, o de estructuras embebidas en el terreno, es cada vez más frecuente utilizar programas de cálculo en ordenador, que utilizan el modelo matemático original de Winkler, u otros que, para definir el comportamiento del terreno, consideran unos parámetros similares al coeficiente de balasto. Los manuales que ilustran estos programas suelen dar recomendaciones para la elección del coeficiente de balasto, pero en general ignoran que este parámetro no es una característica constante del terreno y

que su valor debe variar con el tipo de problema objeto de estudio y con su geometría.

Recordaremos que, en el modelo de Winkler, el coeficiente de balasto " $k_s$ " es un parámetro que se define como la relación entre la presión que actúa en un punto, " $p$ ", y el asiento o desplazamiento que se produce, " $y$ ", es decir  $k_s = p / y$ . Este parámetro tiene la dimensión de un peso específico y, aunque depende de las propiedades del terreno, no es una constante del mismo pues es bien sabido que el asiento de una cimentación apoyada sobre un medio pseudo elástico, depende de las dimensiones del área cargada. Además existen grandes diferencias entre las cimentaciones constituidas por vigas horizontales y las estructuras verticales, como es el caso de las pantallas de contención, tal como señaló Terzaghi (1955).

En el presente artículo se pasa revista, en primer lugar a los diversos métodos de cálculo que se utilizan para el cálculo de pantallas, se hace una evaluación de los parámetros que deberían contemplarse en cada uno de ellos y finalmente, partiendo de una serie de cálculos efectuados

con un programa por elementos finitos (FEM), que se consideran como más ajustados a la realidad, se formulan diversas propuestas para evaluar los coeficientes de balasto en los otros métodos.

## 2. Métodos de cálculo con Interacción Pantalla-Terreno

Durante muchos años las pantallas se han calculado por los métodos tradicionales de estado límite (empujes activos y pasivos), con variaciones de tipo empírico o semiempírico. Posteriormente, fueron apareciendo diversos métodos de cálculo para considerar la interacción de la pantalla y el terreno que luego se generalizaron con el desarrollo de los ordenadores. En estos métodos se supone que el comportamiento del terreno obedece a diversos modelos matemáticos.

Estos métodos, enumerados por orden de antigüedad, son los siguientes:

**Método 1.** Se considera que el terreno en el trasdós de la pantalla y por encima del nivel excavado, se encuentra en estado límite de empuje activo, y que por debajo de ese nivel, en la zona donde la pantalla se empotra en el terreno, éste se comporta como un medio de Winkler.

**Método 2.** Se considera que en cada punto de contacto del terreno con la pantalla, tanto en el trasdós como en el intradós, existen resortes que, de manera más o menos compleja, simulan un comportamiento elasto-plástico del terreno.

**Método 3.** Se considera de manera más real la interacción de la pantalla con el terreno, efectuando el cálculo por elementos finitos (FEM) y considerando que el terreno tiene un comportamiento elasto-plástico, definido por determinadas ecuaciones constitutivas, basadas en los habituales parámetros de resistencia y deformabilidad.

A continuación se comentan con más detalle las características de estos métodos.

### Método 1. Cálculo como viga flotante

En este método, utilizado inicialmente por diversos autores, (Terzaghi, Rowe etc.) se supone que la pantalla se desplaza lo suficiente para que, por encima del nivel de excavación, aparezca el empuje activo. Por debajo, la pantalla se considera empotrada en un medio de Winkler, caracterizado por un coeficiente de balasto, que puede ser constante o variable con la profundidad.

En esencia estos métodos equivalen a considerar una pieza vertical embebida en un medio de Winkler, en cuya

cabeza actúan los esfuerzos  $Q$  y  $M$  (esfuerzo cortante y momento flector) que se derivan de las acciones existentes por encima de la excavación.

Es frecuente que los programas de ordenador propongan valores del coeficiente de balasto iguales a los que Terzaghi estableció partiendo de los ensayos de placa de carga de 1 pie x 1 pie, olvidando las propias propuestas de Terzaghi según las cuales el coeficiente de balasto a utilizar en cada caso, debe variar en función de la geometría del problema particular.

Para *estructuras verticales en suelos arcillosos* Terzaghi propuso un coeficiente de balasto horizontal ( $k_H$ ), constante con la profundidad. En el caso de *pantallas o tablestacas* analizó estructuras con un apoyo, estudiadas por el método conocido como de "base libre", y empotradas en el terreno una profundidad ( $D$ ), siendo inversamente proporcional a ella el parámetro ( $k_H$ ) a considerar.

Para *estructuras verticales en suelos arenosos*, todos los autores han admitido que el coeficiente de reacción horizontal debe aumentar con la profundidad. En el caso de las *pantallas o tablestacas* instaladas en arena y estudiadas por el método de "base libre", Terzaghi admitió una variación lineal inversamente proporcional a la profundidad ( $D$ ) de empotramiento de la pantalla.

Debe señalarse también que, en este método, las acciones que el terreno ejerce sobre la pantalla, por debajo de la excavación, equivalen a la diferencia entre los empujes que actúan a un lado y otro de la pantalla. Esto sugiere que, en lugar de considerar la pantalla como una pieza embebida en un medio de Winkler a partir de la excavación, sería más adecuado considerar el medio de Winkler a partir del denominado "punto de empuje nulo" (donde es nula la diferencia entre empujes activos y pasivos) o, incluso, un punto inferior si las reacciones que aparecen al calcular la pieza superan precisamente la diferencia entre dichos empujes.

### Método 2. Cálculo con resortes elasto - plásticos

En este método se considera una situación inicial del terreno en estado de empuje al reposo ( $e_0$ ) y, posteriormente, otras de empuje activo ( $e_a$ ) y de empuje pasivo ( $e_p$ ) que se alcanzan cuando se producen unos desplazamientos en el terreno, ( $\lambda_a$ ) en fase de descarga, o ( $\lambda_p$ ) en fase de carga, tal como puede apreciarse en la Figura 1.

Los valores del empuje en estado límite activo o pasivo vienen determinados por los parámetros geotécnicos con los que habitualmente se caracteriza la resistencia del terreno, es decir, la cohesión y el ángulo de rozamiento interno, siendo normal utilizar los valores de empuje activo y pasivo deducidos por la teoría de Rankine.

El comportamiento elasto-plástico del terreno se define en este método por medio de unos muelles dispuestos en el

paramento de la pantalla y caracterizados por unos coeficientes ( $K_H$ ) que permiten pasar de un estado tensional a otro. Estos coeficientes tienen el carácter de coeficientes de balasto, ya que se obtienen como el cociente entre una tensión y un desplazamiento ( $K = p / y$ ) y tienen, por tanto, la misma dimensión. Naturalmente, si bien los valores límite de los empujes, en cada caso, están bastante bien determinados, el valor de los desplazamientos necesarios para alcanzar dichos valores desde la situación de empuje al reposo, ( $\lambda_a$ ) o ( $\lambda_p$ ), debe estimarse basándose en datos experimentales que, normalmente, se definen en función de la altura de la excavación ( $H$ ) de la pantalla. Este proceso equivale a cuantificar el parámetro ( $K_H$ ) de manera empírica.

En los programas de cálculo en ordenador, el valor de ( $K_H$ ) puede ser único para pasar desde el empuje al reposo ( $e_0$ ) al empuje activo ( $e_a$ ) o al empuje pasivo ( $e_p$ ), pero también puede ser distinto en cada paramento de la pantalla (rama de descarga para los empujes activos y rama de carga para los empujes pasivos) e, incluso, puede haber otros valores para la recarga después de alcanzar el empuje activo o de relajación después de alcanzar el empuje pasivo.

El valor, o los valores, de ( $K_H$ ) se consideran únicos para un determinado terreno, con independencia de la profundidad que se considere, ya que cuando la deformación supera la necesaria para alcanzar el estado activo o pasivo,  $\lambda_a = (e_0 - e_a) / K_H$  el empuje permanece igual a ( $e_a$ ) y de manera análoga, cuando se rebasa el valor tope  $\lambda_p = (e_p - e_0) / K_H$  el empuje permanece igual a ( $e_p$ ). No está claro qué deformaciones deben considerarse para evaluar ( $K_H$ ), en cada caso particular, siendo normal considerar un valor independiente de la geometría del problema estudiado.

En algunos programas de cálculo es frecuente proponer valores de ( $K_H$ ) similares a los que propuso Terzaghi para la placa de carga de 1 pie x 1 pie y, a partir de allí, determinar los desplazamientos necesarios para pasar de ( $e_0$ ) a ( $e_a$ ) o a ( $e_p$ ). En las propuestas se ignora la influencia de la geometría del problema en la elección del coeficiente de balasto que debe adoptarse en cada caso concreto.

### Método 3. Cálculo por elementos finitos

En el método de cálculo por elementos finitos, (*FEM*), el medio se discretiza en una serie de elementos normalmente triangulares y el comportamiento del terreno se define mediante un determinado modelo matemático de tipo elasto-plástico. Este método tiene, naturalmente, sus limitaciones pero, a pesar de ello, es el que puede dar un resultado más aproximado a la realidad, ya que el modelo matemático se basa en los parámetros de deformabilidad y de resistencia con que, habitualmente, se caracteriza geotécnicamente el terreno. En efecto, el comportamiento

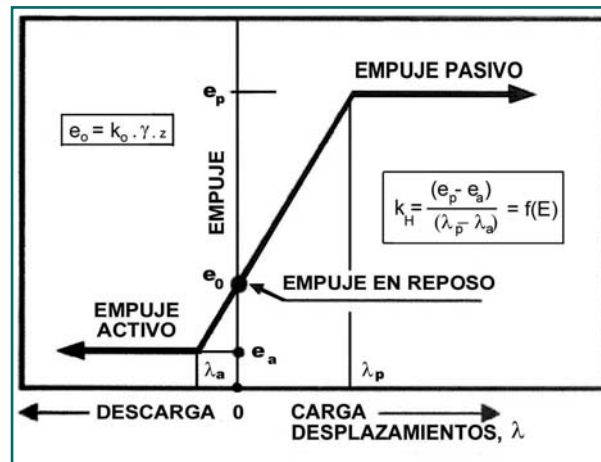


Fig. 1. Relación entre empujes y desplazamientos.

elasto-plástico del terreno se define, en general, con los parámetros de deformación de un medio elástico ( $E$  y  $\nu$ ), aunque el suelo no se adapte exactamente a ello, y con los parámetros resistentes de Mohr-Coulomb ( $\varphi$  y  $c$ ). Estos parámetros no están influenciados por la geometría del problema, siendo los resultados del cálculo tanto más aproximados a la realidad, cuanto más cerrada esté la malla de elementos finitos y mejor definidos estén los parámetros de comportamiento del terreno.

### 3. Cálculos efectuados por Elementos Finitos

Con objeto de aclarar las distintas cuestiones que plantea la utilización del coeficiente de balasto en los distintos programas del Método 2, se ha considerado oportuno realizar diversos cálculos mediante un programa por elementos finitos (*FEM*) por considerar que con este método los resultados se aproximan más al comportamiento real de la pantalla, ya que los parámetros geotécnicos que se utilizan son independientes de la geometría del problema. Para ello se ha utilizado el programa Plaxis que considera para el terreno un comportamiento elasto-plástico definido por los parámetros geotécnicos de resistencia y deformabilidad, anteriormente indicados, con los límites correspondientes a los estados de empuje activo y empuje pasivo que correspondan.

Los cálculos se han llevado a cabo exclusivamente en terreno homogéneo, en una serie de casos particulares que se indican a continuación. Deliberadamente, y para simplificar este estudio, se ha considerado únicamente un terreno sin cohesión, aunque es claro que la cohesión disminuye los empujes activos y aumenta los empujes pasivos. Por otro lado se ha comprobado en algún caso particular que se reduce el movimiento general de la pantalla necesario para conseguir el equilibrio. En consecuencia, la cohesión tiene incidencia en el valor de los parámetros ( $K_H$ ) que

podrían deducirse a partir de un cálculo por elementos finitos (FEM), al ser mayor la diferencia de empujes ( $e_D - e_A$ ) ó ( $e_P - e_D$ ) y menores los desplazamientos Evidentemente, para analizar esta influencia se deberían realizar numerosos cálculos adicionales a los que aquí se incluyen, lo cual no se han considerado oportuno.

A. Pantalla autoportante

1. Pantalla de 6,0 m de longitud total (L) y 3,0 m de excavación (H), en un terreno definido por los parámetros siguientes:

Peso específico	$\gamma$	18,0 kN/m <sup>3</sup>
Ángulo de rozamiento	$\varphi$	30,0 °
Cohesión	c	0,0 kN/m <sup>2</sup>
Módulo de deformación	$E_t$	50.000,0 kN/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson	$\nu_t$	0,30

En este supuesto de geometría y terreno se han considerado para ésta los dos tipos de pantalla siguientes:

- a. Pantalla flexible de 0,60 m de espesor con:  
Módulo de deformación  $E_h = 20.000 \text{ MN/m}^2$   
Coeficiente de Poisson  $\nu_h = 0,35$ .
- b. Pantalla rígida con  $E_h = \infty$ .

2. Pantalla igual a la del caso 1, de 6,0 m de longitud total (L) y 3,0 m de excavación (H), con terreno menos deformable  $E_t = 100.000 \text{ kN/m}^2$ , considerando también los dos casos:

Tabla 1			
H (m)	t (m)	L = H + t (m)	$\varphi$ (°)
3,0	3,5	6,5	25 - 30 - 35
	4,0	7,0	25 - 30 - 35
	4,5	7,5	25 - 30 - 35
3,6	3,6	7,2	30
	4,2	7,8	30
	4,8	8,4	30

Tabla 2				
H (m)	t (m)	L = H + t (m)	d (m)	$\varphi$ (°)
3,0	1,5	4,5	0,0	25 - 30 - 35
	2,0	5,0		25 - 30 - 35
	2,5	5,5		25 - 30 - 35
	1,5	4,5	0,5	25 - 30 - 35
	2,0	5,0		25 - 30 - 35
	2,5	5,5		25 - 30 - 35
	1,5	4,5	1,0	30

- a. Pantalla de 0,60 m de espesor con  $E_h = 20.000 \text{ MN/m}^2$  y  $\nu_h = 0,35$ .
- b. Pantalla rígida con  $E_h = \infty$ .

3. Pantalla rígida en un terreno similar al del caso 1, pero variando el ángulo de rozamiento, así como la altura de excavación (H) y el empotramiento en el terreno (t) con los valores que se reflejan en la Tabla 1.

B. Pantalla con un apoyo

Pantalla rígida con un apoyo en cabeza, situado a la profundidad (d), para una excavación de altura  $H = 3,0 \text{ m}$ , con empotramiento variable (t) en el terreno. Éste se define con los mismos parámetros utilizados para la pantalla autoportante, haciendo variar el ángulo  $\varphi$ . Todo ello según los valores reflejados en la Tabla 2.

Los resultados de esta serie de cálculos permiten deducir una serie de conclusiones como consecuencia del análisis que se efectúa en el apartado siguiente.

4. Análisis de los resultados obtenidos

Los resultados del cálculo efectuado por elementos finitos (FEM) indican, en primer lugar, que las deformaciones experimentadas por la pantalla son inversamente proporcionales al módulo de deformación del terreno ( $E_t$ ) como cabía esperar.

En segundo lugar hay que señalar que, en un mismo terreno, dos problemas que guarden semejanza geométrica deben tener desplazamientos de la pantalla igualmente semejantes, con empujes asimismo proporcionales a la razón de semejanza.

Para efectuar un análisis más detallado de los resultados obtenidos en el cálculo por elementos finitos (FEM) estos resultados se han relacionado con los que resultarían si se aplicara el Método 2 (Cálculo con resortes elasto-plásticos) utilizando los parámetros adecuados. Para ello se han efectuando diversos tanteos en una hoja de cálculo, observando que era preciso descomponer el movimiento de la pantalla en una *traslación inicial* y un *giro posterior*. En la comparación se han hecho variar los parámetros ficticios del Método 2, hasta encontrar una buena correlación entre los empujes obtenidos con el (FEM) y los que se deducen con el supuesto cálculo.

A. Pantalla autoportante

Con objeto de visualizar el comportamiento de la pantalla y a título de ejemplo, en la Figura 2 se reproduce el resultado de las deformaciones del cálculo (FEM) correspondiente al Caso 1-b, pantalla rígida de 6,0 m de longitud y

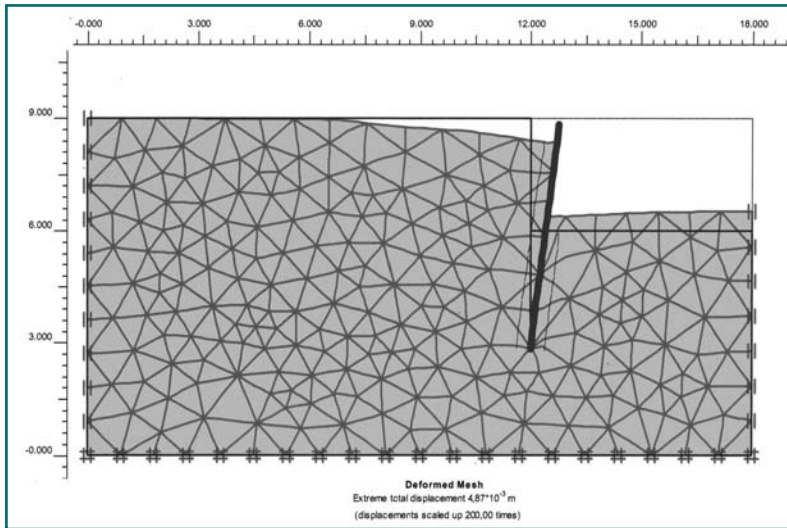


Fig. 2. Pantalla autoportante. Malla de cálculo FEM deformada.

3,0 m de excavación. En esta figura puede observarse el movimiento general de la pantalla, así como el descenso del terreno en el trasdós y el levantamiento del fondo de excavación. Los desplazamientos que experimenta la pantalla según el cálculo son de 9,924 mm en cabeza y de -0,005 mm en la base, con un giro de la pantalla igual a 1,6548‰.

En la Figura 3 se reproduce el resultado de los tanteos efectuados en la hoja de cálculo, para el mismo Caso 1-b. En esta figura aparecen los empujes del cálculo (FEM),  $ea(-)$  y  $ep(+)$  a un lado y otro de la pantalla, así como los empujes al reposo y los empujes activos y pasivos de Rankine. Por debajo de la excavación se han incluido también los empujes pasivos de Caquot y Kerisel, para  $\delta = -2/3 \varphi$ .

Con los desplazamientos indicados anteriormente, se comprende que si se aplica estrictamente el Método 2 el empuje del terreno en el trasdós de la pantalla, tendría que ser siempre inferior al empuje al reposo, (salvo en una pequeña zona de la base) independientemente del valor del coeficiente de descarga ( $K_h$ ) que se utilice para llegar al empuje activo.

De la misma manera en el intradós de la pantalla, todos los empujes por debajo de la excavación deberían ser superiores a los iniciales de empuje al reposo, si se aplica estrictamente el Método 2. En esta zona por otra parte se produce una descarga inicial del empuje al reposo como consecuencia de la excavación.

Para poder llegar a una buena correlación entre los empujes (FEM) y Método 2, ha sido preciso subdividir el movimiento de la pantalla en una *traslación inicial* y un *giro posterior*.

En la Figura 3 se representan los empujes producidos por un determinado desplazamiento constante de la pantalla, curva denominada (*Despto.Tras.*) que corresponde al corrimiento experimentado por un punto situado por deba-

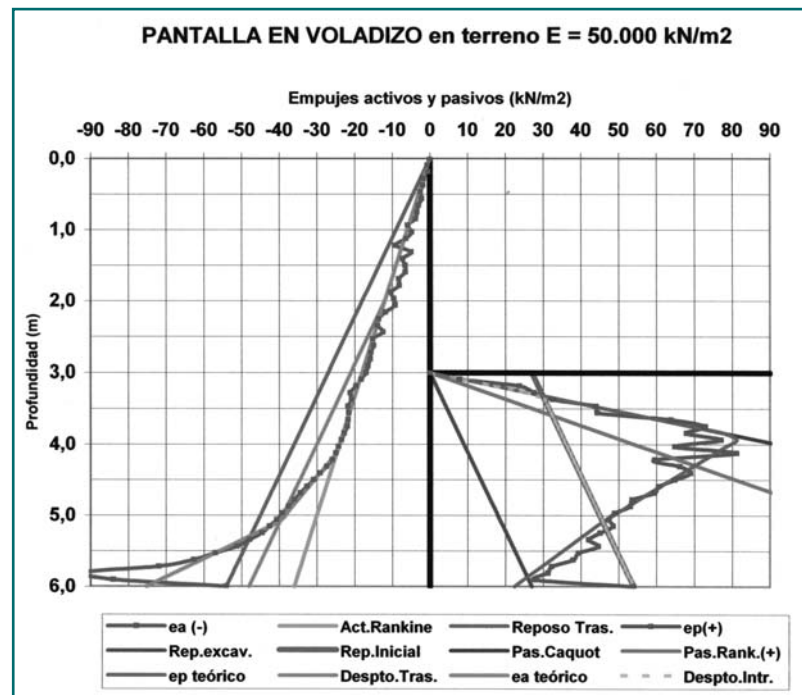
jo de la excavación, elegido mediante tanteos. A continuación se ha introducido el giro experimentado por la pantalla igual al 1,6548‰ constatando que para llegar a una buena concordancia con los resultados (FEM), es preciso utilizar otro valor ( $K_h$ ) de recarga en la rama de empujes activos. El resultado del desplazamiento más el giro se representa en otra curva (*ea teórico*) que tiene bastante concordancia con los resultados (FEM).

En el intradós de la pantalla, por debajo de la excavación, se observa que los empujes pasivos de la parte superior, son superiores a los de la teoría de Rankine y se parecen mucho a los de Caquot y Kerisel para  $\delta = -2/3 \varphi$ . Se ha representado una curva (*Despto.Tras.*) la cual corresponde al paso desde el estado de empuje al reposo, después de la excavación (*Rep. excav.*), al estado de reposo inicial (*Rep. inicial*) que se produce como consecuencia de la *traslación inicial* indicada anteriormente y aplicando un valor ( $K_h$ ) de recarga igual asimismo al anterior. Finalmente en la curva (*ep teórico*) aparece el resultado de aplicar, además, el *giro posterior*, lo que supone pasar desde el estado anterior al estado final. Para ello se ha utilizado un coeficiente de carga ( $K_h$ ), considerando como estado límite el de Caquot y Kerisel y otro coeficiente de descarga igual al ya indicado anteriormente ( $K_h$ ).

Efectuado este análisis de los diversos casos estudiados, con resultados similares a los de la Figura 3, se pueden deducir las siguientes conclusiones:

1. Las deformaciones por flexión de la pantalla son despreciables respecto a la deformación general, añan-

Fig. 3. Pantalla autoportante. Comparación del cálculo FEM con el simulado.





diendo a la deformación de la pantalla rígida unas flechas positivas en la parte superior e inferior y unas flechas negativas menores en la parte de mayor curvatura de la pantalla, que corresponde a la zona donde el momento flector es máximo

2. **El movimiento general** de la pantalla, despreciando las deformaciones por flexión, es lineal, con un desplazamiento mínimo en la base de la pantalla y máximo en cabeza. Este movimiento queda definido por una *traslación inicial* y un *giro posterior*.

La *traslación inicial* corresponde a la que experimenta un punto situado por debajo del nivel de excavación y es la necesaria para recuperar el estado inicial de empujes al reposo bajo la excavación. Al mismo tiempo este desplazamiento es suficiente para que aparezcan los empujes activos en la mayor parte del trasdós de la pantalla.

El *giro posterior* se produce en el punto anterior de la pantalla y hace que, por encima aumenten los empujes pasivos en el intradós y se desarrollen más los empujes activos en el trasdós. Por debajo del punto de giro, disminuyen los empujes en el intradós de la pantalla, mientras que en el trasdós aumentan los empujes, llegando a valores superiores a los de empuje al reposo pero muy alejados de los de empuje pasivo.

El *centro instantáneo de rotación* que define el movimiento de la pantalla, queda situado por debajo de su base. Tanto el desplazamiento como el giro son inversamente proporcionales al módulo de deformación considerado en el cálculo para caracterizar el terreno.

3. **En el trasdós de la pantalla** aparece, en general, el empuje activo de Rankine, o un valor ligeramente inferior debido al rozamiento entre el terreno y la pantalla, ya que el terreno tiene tendencia a descender respecto a la pantalla, según se observa en los resultados del cálculo (FEM). A partir de una cierta profundidad superior a la altura de excavación ( $Z > H$ ), los empujes crecen poco a poco hasta la base de la pantalla, pero quedando muy lejos del empuje pasivo de Rankine que correspondería a esa profundidad.

En el trasdós, la zona situada por debajo del punto de giro sufre, en consecuencia, primero una descarga desde la situación de empuje al reposo hasta un valor igual o superior al empuje activo, debido a la *traslación inicial*, y luego una recarga debida al *giro posterior*.

4. **En el intradós de la pantalla**, zona de terreno que queda por debajo de la excavación, el terreno sufre primero una descarga desde el empuje al reposo inicial, antes de excavar, hasta el empuje al reposo del terreno si se hiciera bruscamente el vaciado. Naturalmente para que se igualen las presiones en el terreno, por debajo de la pantalla, todo él se debe desplazar hasta alcanzar la igualdad de presiones. La pantalla su-

fre la traslación inicial, anteriormente indicada, y luego, para conseguir el equilibrio de empujes sobre la misma, se debe producir el giro ya señalado.

Bajo la excavación se observan unos empujes pasivos superiores a los del estado límite de Rankine, siendo similares a los establecidos por Caquot y Kerisel, cuando existe rozamiento entre terreno y pantalla, debido al hecho de que la pantalla tiende a bajar y el terreno tiende a subir. Estos empujes pasivos se parecen mucho a los de la teoría de Caquot y Kerisel, cuando el rozamiento entre el terreno y la pantalla vale  $\delta = -2/3 \varphi$ .

Durante muchos años el autor ha calculado pantallas por el método de estado límite, considerando este coeficiente de empuje, que por ejemplo en el caso de una arena con  $\varphi = 30,0^\circ$  vale  $K_p = 5,124$  en lugar de  $K_p = 3,0$ . Ya en 1975, en una conferencia sobre "Pantallas para Excavaciones Profundas" pronunciada dentro de las III Jornadas Nacionales de Cimentaciones, que tuvieron lugar en Madrid, el autor presentó la formulación de la teoría de Caquot y Kerisel, con una aportación personal que reproducimos a continuación. El empuje pasivo viene dado por la expresión:

$$e_p = \gamma h K_p^\gamma + q K_p^q + c A'$$

En esta expresión los parámetros ( $K_p^\gamma$ ,  $K_p^q$ ,  $A'$ ) dependen del ángulo de rozamiento interno del terreno ( $\varphi$ ) y del ángulo de rozamiento entre terreno y pantalla ( $\delta$ ). La fórmula anterior tiene una estructura análoga a la de la presión de hundimiento en cimentaciones superficiales. Para ( $\delta$ ) es usual tomar valores comprendidos entre  $-2/3 \varphi$  y 0.

En terreno horizontal, el coeficiente de empuje debido a la acción de una sobrecarga ( $q$ ) viene dado por la expresión:

$$K_p^q = \cos \delta \frac{\cos \delta + \sin \varphi \cdot \cos \lambda}{1 - \sin \varphi} e^{-(\lambda + \delta) \tan \varphi}$$

siendo:

$$\lambda = \arcsin \left( \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right); (\lambda \leq 0, \text{ pues } \delta \leq 0)$$

El coeficiente de empuje debido a la cohesión vale:

$$A' = \frac{K_p^q - 1}{\tan \varphi}$$

Finalmente, el coeficiente de empuje horizontal debido al peso propio del terreno fue obtenido mediante cálculos en ordenador y se encuentra tabulado en la bibliografía, pero puede determinarse de manera muy aproximada, mediante la expresión:

$$K_p^y = K_p^a \cdot e^{-\frac{\delta}{2} \tan \varphi}$$

Esta expresión, da resultados muy concordantes, con diferencias respecto a los valores tabulados, que afectan al tercer o cuarto decimal. Se observa que cuando  $\delta = 0$ , los coeficientes resultan  $K_p^y = K_p^a = (1 + \tan \varphi) / (1 - \tan \varphi) = K_{p \text{ Rankine}}$ .

A título de ejemplo, en la tabla 3 se indican algunos coeficientes de empuje para distintos valores de los ángulos  $\varphi$  y  $\delta$ .

## B. Pantalla con un apoyo

Como en el caso anterior, a título de ejemplo, en la Figura 4 se reproducen las deformaciones obtenidas con el cálculo (FEM) para una pantalla rígida de 4,5 m de longitud y 3,0 m de excavación, con un apoyo a 0,5 m de profundidad.

En la figura 4 se observa el movimiento de la pantalla, el descenso del terreno en el trasdós y el levantamiento del fondo de excavación. En este caso el giro de la pantalla resulta contrario al de la pantalla autoportante, debido a la presencia del apoyo. Para que el giro cambie de sentido es necesario disponer un apoyo extraordinariamente flexible.

En este caso, antes de reproducir los resultados del cálculo (FEM) utilizando parámetros del Método 2, se ha realizado previamente una comparación de los empujes sobre la pantalla variando la posición del apoyo, que se define por la profundidad del mismo, habiendo adoptado los valores  $d = 0,0 - 0,5$  y  $1,0$  m.

Esta comparación se recoge en la Figura 5 en la que se observa que no existe diferencia apreciable en los empujes sobre el trasdós de la pantalla y se produce una ligera disminución de los empujes pasivos a medida que descende el apoyo, lo cual es lógico al disminuir los desplazamientos y el giro de la pantalla.

Dado que al bajar la posición del apoyo los desplazamientos disminuyen, si los empujes del trasdós no varían sensiblemente, fundamentalmente en la zona superior, los parámetros a utilizar en el Método 2 deberán aumentar al bajar el apoyo.

En la Figura 6 se reproduce el resultado de los tanteos efectuados en la hoja de cálculo para el mismo caso de la Figura 4. En esta Figura 6 aparecen los resultados del cálculo

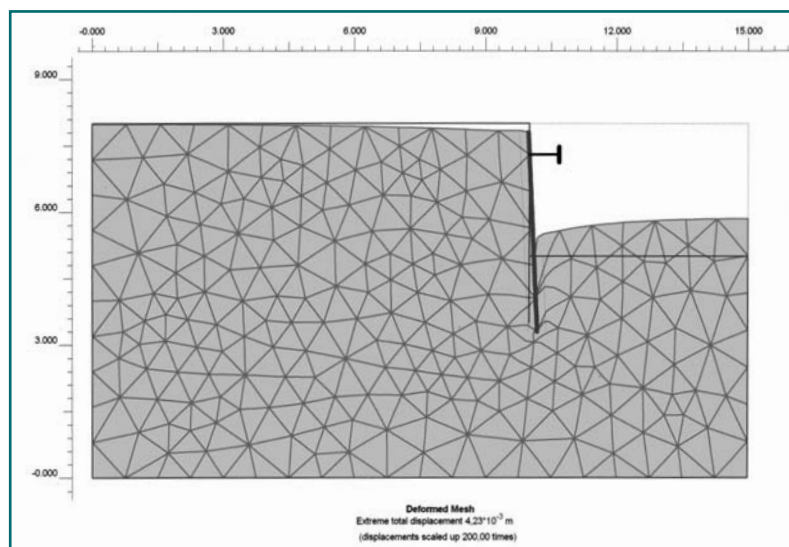


Fig. 4. Pantalla apoyada. Malla de cálculo deformada.

lo (FEM) (ea(-) y ep(+)) y, además, los que se han simulado mediante tanteos (ea teórico y ep teórico), cuya concordancia es bastante buena. Como referencia se han representado, también, los empujes al reposo, los empujes activos y pasivos de Rankine así como el empuje pasivo de Caquot y Kerisel para  $\delta = -2/3 \varphi$ .

El desplazamiento que experimenta la pantalla en cabeza con el cálculo (FEM) es negativo e igual a  $-0,114$  mm, en el punto de apoyo es casi nulo pero positivo y en el pie positivo e igual a  $0,916$  mm. El giro resulta contrario al de la pantalla autoportante siendo igual a  $-0,229\%$ .

Fig. 5. Pantalla apoyada. Comparación de empujes al variar el apoyo.

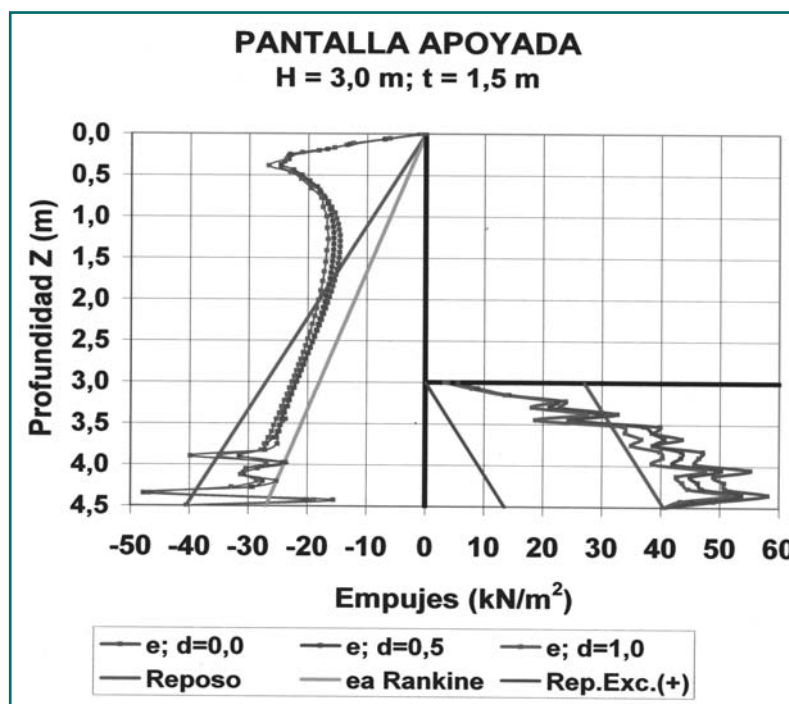


Tabla 3. Valores del Coeficiente  $K_p^{\delta}$

$\varphi$	$\delta = 0$	$\delta = -1/3 \varphi$	$\delta = -2/3 \varphi$
25	2,464	3,097	3,652
30	3,000	4,087	5,124
35	3,690	5,550	7,508

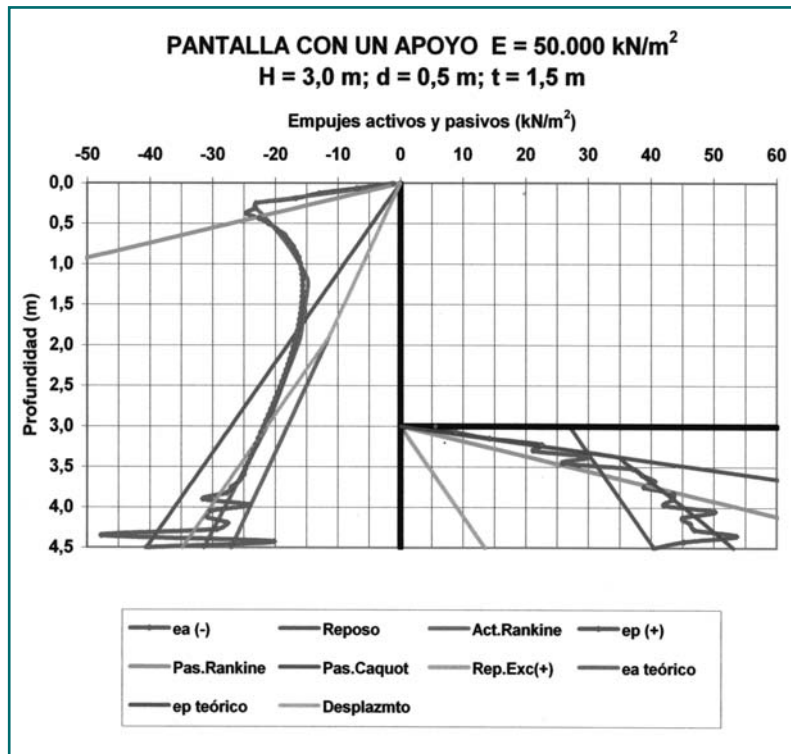


Fig. 6. Pantalla apoyada. Comparación del cálculo FEM con el simulado.

Partiendo de las deformaciones indicadas, se comprende que si se intenta aplicar el Método 2, con cualquier valor de  $(K_h)$  el empuje en el trasdós de la pantalla al nivel del apoyo, tendría que ser muy similar al valor de empuje al reposo ya que no existe desplazamiento y por encima del apoyo variaría muy poco, al ser muy reducidos los desplazamientos. Los empujes se modifican, sin embargo, de manera importante, lo cual indica que debe ocurrir algo más. La única posibilidad para que los empujes aumenten en cabeza de esa manera, respecto a los de empuje al reposo, es suponer que el terreno de la parte inferior se mueve bastante en dirección a la excavación y transfiere empujes a la parte superior la cual no puede desplazarse por la presencia del apoyo. Como consecuencia el movimiento de la pantalla debe considerarse constituido por una traslación inicial de la pantalla y un giro posterior hacia el terreno.

En la Figura 6 se representan los empujes producidos por este desplazamiento constante de la pantalla (*Desplazmto*), utilizando un parámetro  $(K_h)$  de descarga desde el empuje al reposo hasta el empuje activo. Se ha comprobado que el desplazamiento corresponde al fondo de la excavación, punto elegido por tanteos y por comparación de diversas soluciones haciendo variar la situación del apoyo. Luego se ha introducido el giro experimentado por la pantalla igual al  $-0,229\%$ , constatando que, para llegar a una buena concordancia con los resultados FEM, es preciso utilizar otro valor  $(K_h)$  de recarga en la rama de empujes activos y otro  $(K_h)$  en la rama de empujes pasivos. Estos pa-

rámetros no han resultado de valor constante, sino que para ajustarse a las respectivas curvas FEM se han debido de considerar parámetros variables con un valor máximo en superficie y una disminución lineal con la profundidad hasta llegar a un valor mínimo. El resultado del desplazamiento más el giro se representa en la curva de empujes activos sobre el trasdós (*ea teórico*).

Bajo la excavación, se ha representado la curva de empujes pasivos (*ep teórico*) partiendo del estado de reposo posterior a la excavación (*Rep.Exc(+)*) y obtenida multiplicando los desplazamientos totales de la pantalla por un coeficiente de carga  $(K_h)$  variable hasta llegar al empuje pasivo. Los empujes no superan en gran medida los valores del empuje al reposo inicial, existente antes de excavar.

Cuando se recarga el terreno, a un lado y otro de la pantalla, se ha observado que el valor límite de los empujes corresponde, aproximadamente, al empuje pasivo de Caquot y Kerisel para un rozamiento  $\delta = -2/3 \varphi$ .

Efectuado el análisis en los casos estudiados se puede deducir:

1. **El movimiento general** de la pantalla consiste aproximadamente en un giro alrededor del punto de apoyo. En la zona superior de la pantalla, los empujes se acercan a los empujes pasivos de Caquot y Kerisel y en una gran zona los empujes son superiores a los iniciales de empuje al reposo. Para poder reproducir estos empujes por el Método 2, es preciso considerar que el movimiento queda definido por una traslación inicial y un giro posterior.

La traslación inicial corresponde a la que experimenta la pantalla al nivel de excavación, movimiento que varía con los valores geométricos de la altura de excavación "H", el empotramiento de la pantalla "t" y la posición del apoyo "d".

El giro posterior se produce alrededor del punto anterior de la pantalla (nivel de excavación) con un valor contrario al de la pantalla autoportante, salvo que, como se ha indicado anteriormente, se disponga un apoyo extraordinariamente deformable. Este giro hace que, por encima, aumenten los empujes en el trasdós y se desarrollen más los empujes activos por debajo.

2. **En el trasdós de la pantalla** los empujes de la parte superior corresponden a los del empuje pasivo de Caquot y Kerisel para un valor  $\delta = -2/3 \varphi$  y, en una gran zona de la altura excavada, son superiores a los de empuje al reposo. En el resto de la pantalla los empujes resultan superiores a los valores de empuje activo de Rankine.

3. **En el intradós de la pantalla**, el terreno, como en el caso de la pantalla autoportante, sufre primero una descarga desde el empuje al reposo inicial, antes de excavar, hasta alcanzar el empuje al reposo del terreno, si se hiciera bruscamente el vaciado. Posteriormente,



te el movimiento de la pantalla provoca la aparición de los empujes pasivos en la parte superior y valores inferiores a partir de cierta profundidad. Estos empujes pasivos, se parecen bastante, como en el caso de pantalla autoportante, a los que se obtienen por la teoría de Caquot y Kerisel para un valor  $\delta = -2/3 \varphi$ .

## 5. Movimiento general de la Pantalla

Para relacionar los parámetros utilizados en el cálculo por elementos finitos (FEM) con los parámetros que podrían utilizarse en otros métodos se han efectuado diversos tanteos utilizando una hoja de cálculo, haciendo variar los parámetros ficticios hasta encontrar una buena correlación entre los resultados. Se ha podido observar que estos parámetros están directamente relacionados con el giro de la pantalla, por lo que a continuación se analiza el movimiento general de la misma, el cual, según se ha dicho obedece a una *traslación inicial* y un *giro posterior*.

### A. Pantalla autoportante

En el caso de la pantalla rígida autoportante, para cada ángulo de rozamiento del terreno, se ha observado que al variar la geometría, el giro ( $G$ ) guarda una relación lineal con el valor de  $(H/t)^{4,3}$ , siendo el giro nulo cuando  $t = \infty$  lo cual es lógico. A su vez ( $G$ ), resulta proporcional a  $Kar^{3,36}$ , siendo ( $Kar$ ) el coeficiente de empuje activo de Rankine. Todo esto permite determinar ( $G$ ) por el parámetro ( $P$ ) definido mediante la expresión siguiente:

$$P = 72,5 \cdot Kar^{3,36} \left[ \frac{H}{t} \right]^{4,3}$$

En la Figura 7 aparece la correlación entre los valores de ( $G$ ) y el parámetro ( $P$ ).

Se ha comprobado, además, que los desplazamientos y el giro son proporcionales al peso específico del terreno ( $\gamma$ ) e inversamente proporcionales al módulo de deformación del terreno ( $E_t$ ) por lo que se puede establecer la expresión aproximada:

$$G = \gamma \left( \text{kN/m}^3 \right) \frac{201,4 \cdot Kar^{3,36}}{E_t \left( \text{kN/m}^2 \right)} \left[ \frac{H}{t} \right]^{4,30}$$

En la Figura 8 puede observarse la deformación general de la pantalla en un terreno con  $\varphi = 30^\circ$ , para dos alturas distintas de excavación  $H = 3,0 \text{ m}$  y  $H = 3,6 \text{ m}$  y tres valores de la longitud de empotramiento. En esta figura se ha representado la traslación general de la pantalla ( $U_o$ ) que depende de la altura de excavación ( $H$ ) pero no de la pro-

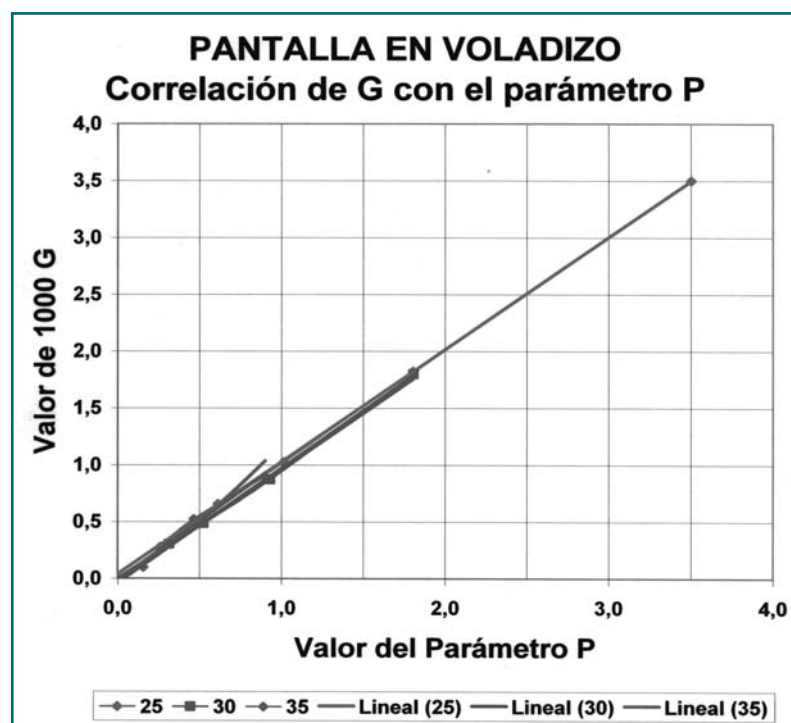


Fig. 7. Correlación entre el valor del giro  $G$  y el valor del parámetro  $P$ .

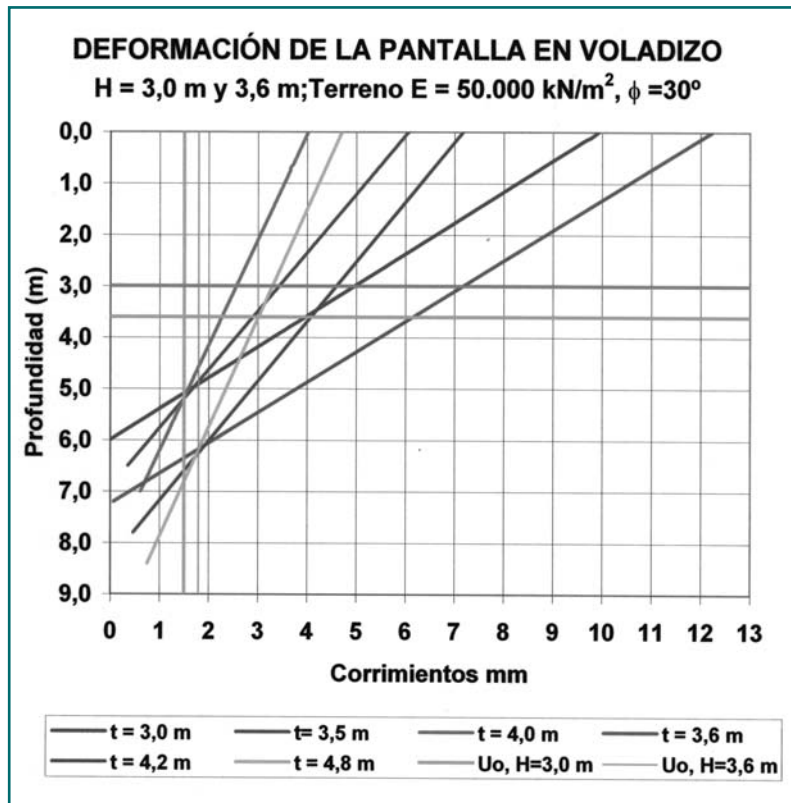
fundidad de empotramiento ( $t$ ). El centro de giro se sitúa en un punto muy próximo al de corte de las deformadas que se representan en la Figura 7, a una profundidad bajo la excavación igual, aproximadamente, al 70% del valor de ( $H$ ), es decir a una profundidad medida desde la superficie  $Z_0 = 1,70 H$ .

Se ha comprobado que la *traslación inicial* de la pantalla ( $U_o$ ) es proporcional no sólo a la altura de excavación ( $H$ ), sino también al peso específico del terreno ( $\gamma$ ) y al coeficiente de empuje en reposo ( $K_o$ ). Como por otro lado todos los desplazamientos son inversamente proporcionales al módulo de deformación del terreno ( $E_t$ ) puede establecerse la relación:

$$U_o(\text{mm}) = \frac{2.777,78 \cdot \gamma \left( \text{kN/m}^3 \right) \cdot H(\text{m})}{E_t \left( \text{kN/m}^2 \right)} K_o$$

Con este desplazamiento se pasa, en el intradós de la pantalla, desde el estado de empuje en reposo después de excavar, al estado inicial de empuje al reposo. La diferencia que existe entre estos dos valores del empuje al reposo vale  $\Delta = \gamma H K_o$ , con lo cual, para pasar de un valor a otro, puede deducirse un coeficiente de balasto constante  $K_r = \Delta / U_o$  de valor:

$$K_r \left( \text{kN/m}^3 \right) = \frac{E_t \left( \text{kN/m}^2 \right)}{2.778}$$



## B. Pantalla con un apoyo

Se ha buscado una correlación entre el giro (G), que en este caso es de signo contrario al de la pantalla autoportante (salvo que el apoyo fuera muy flexible) y los distintos parámetros de los casos estudiados, habiendo llegado a definir el parámetro (P), el cual tiene la expresión siguiente:

$$P = \left( \frac{H}{H-d} \right)^{1,25} \cdot \left( \frac{0,50}{\text{tg} \varphi^{2,20} \cdot \text{Kar}^2} \right) \cdot \left( \frac{H}{t} \right)^{4,8 \cdot \text{Kar}^2 \left( 1 - \frac{d}{H} \right)}$$

En la Figura 9 puede verse la correlación entre los valores de la expresión (P) y los resultados de (G) obtenidos en el cálculo por elementos finitos, lógicamente aproximados, como consecuencia del tipo de cálculo (FEM).

Teniendo en cuenta, por otro lado, que tanto el giro (G) como los desplazamientos son directamente proporcionales al peso específico del terreno (γ) e inversamente proporcionales al módulo de deformación del terreno (Et), se puede establecer la siguiente relación:

$$G = \frac{-\gamma (\text{kN/m}^3)}{72,0 \cdot E_t (\text{kN/m}^2)} \cdot \left( \frac{H}{H-d} \right)^{1,25} \cdot \left( \frac{1}{\text{tg} \varphi^{2,20} \cdot \text{Kar}^2} \right) \cdot \left( \frac{H}{t} \right)^{4,8 \cdot \text{Kar}^2 \left( 1 - \frac{d}{H} \right)}$$

Los tanteos efectuados para reproducir los resultados del cálculo con (FEM), indican que la traslación inicial a

Fig. 8.  
Deformación de la pantalla en función de H y de t.

considerar en la pantalla corresponde a la del punto situado a la altura de la excavación  $Z_0 = H$  y es proporcional al giro pudiendo establecer, por tanto, la relación:

$$U_0 (\text{mm}) = -1.000,0 \cdot (H-d) \cdot G$$

En esta expresión el giro es negativo y, además, según la fórmula que se acaba de establecer ya se tiene en cuenta que los desplazamientos y giros, tal como se indicó anteriormente, son proporcionales al peso específico del terreno (γ) e inversamente proporcionales a su módulo de deformación (Et).

## 6. Parámetros a considerar en el Método n° 2

En el Método 2 (Cálculo con resortes elasto-plásticos), que es el más utilizado hoy día, una vez efectuados los diversos tanteos en una Hoja de Cálculo, como ya se ha indicado, se ha considerado oportuno tener en cuenta los parámetros de cálculo de la tabla 4, en la que se incluye la notación utilizada para cada uno de ellos.

### A. Pantalla autoportante

Los tanteos efectuados para reproducir los resultados del cálculo con FEM, para la pantalla autoportante, con excavación (H) igual a 3,0 m, en terreno con módulo de deformación  $E_t = 50.000,0 \text{ kN/m}^2$ , y en función del empo-

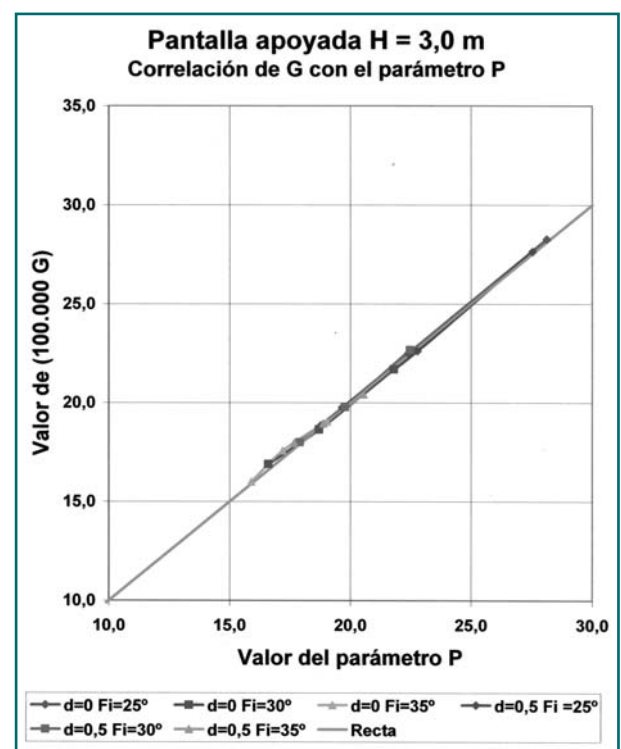


Fig. 9.  
Correlación del giro G con el parámetro P en los diversos casos estudiados, variando φ y la situación del apoyo.

tramiento (t) de la pantalla han sido los reflejados en la tabla 5.

En el Apartado 5.A se recogen las expresiones del giro (G), de la traslación inicial (Uo) y del módulo de recarga (Kr), cuyo valor puede considerarse el mismo a un lado y otro de la pantalla.

$$G = \gamma \left( \text{kN/m}^3 \right) \frac{201,4 \text{ Kar}^{3,36}}{E_t \left( \text{kN/m}^2 \right)} \left[ \frac{H}{t} \right]^{4,30}$$
$$U_o(\text{mm}) = \frac{2.777,8 \cdot \gamma \left( \text{kN/m}^3 \right) \cdot H(\text{m})}{E_t \left( \text{kN/m}^2 \right)} K_o$$
$$K_r \left( \text{kN/m}^3 \right) = \frac{E_t \left( \text{kN/m}^2 \right)}{2.778}$$

A continuación se ha tratado de ver la relación entre los distintos parámetros, viendo que los otros dos coeficientes de balasto (Ka) y (Kp), guardan una relación parabólica con la inversa del giro (1/G), según se aprecia en la Figura 10.

Analizada la influencia que tiene el ángulo de rozamiento en el valor de los parámetros se ha visto que es preciso dividir los valores por el cuadrado del coeficiente de

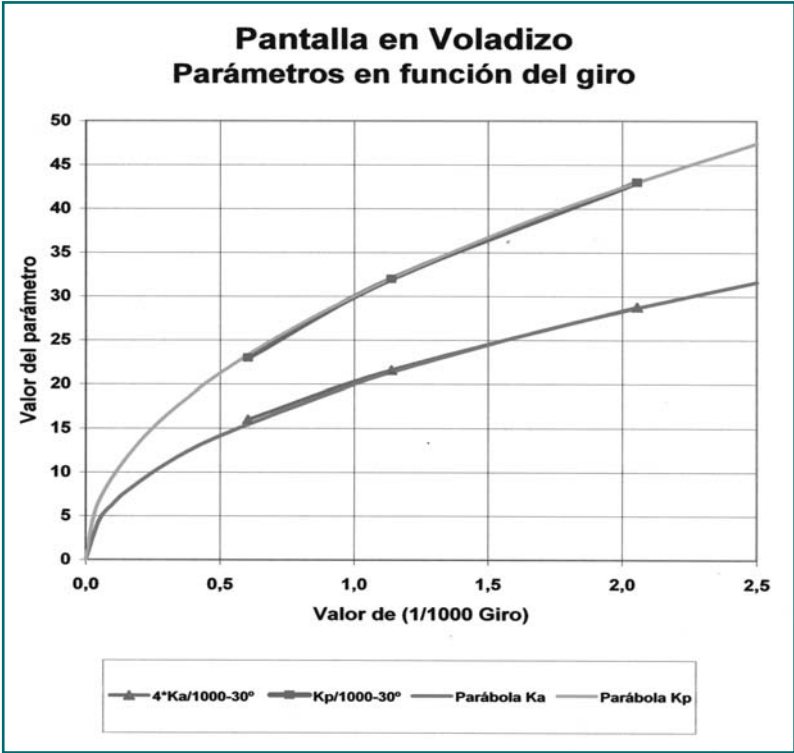


Fig. 10. Pantalla autoportante. Correlación de parámetros con el giro.

empuje activo de Rankine (Kar) para obtener una parábola común.

Esto permite establecer las siguientes relaciones:

$$K_a \left( \text{kN/m}^3 \right) / 1.000 = 45,0 \cdot \text{Kar}^2 \cdot \left( \frac{1}{1.000,0 \text{ G}} \right)^{0,5}$$
$$K_p \left( \text{kN/m}^3 \right) / 1.000 = 270,0 \cdot \text{Kar}^2 \cdot \left( \frac{1}{1.000,0 \text{ G}} \right)^{0,5}$$

En estas expresiones el giro (G) tiene el valor indicado anteriormente.

Tanto el giro (G) como (Kar) son adimensionales y los valores (Ka) y (Kp) resultan en las dimensiones indicadas. Al establecer las fórmulas finales debe tenerse en cuenta que los desplazamientos y giros son proporcionales a (γ/Et) y los empujes a (γ) con lo cual los coeficientes de balasto deben ser proporcionales a (Et) y, en consecuencia, se obtiene:

$$K_a \left( \text{kN/m}^3 \right) / 1.000 = 0,20 \cdot \left( E_t \left( \text{kN/m}^2 \right) \right)^{0,5} \cdot \text{Kar}^2 \cdot \left( \frac{1}{1.000,0 \text{ G}} \right)^{0,5}$$
$$K_p \left( \text{kN/m}^3 \right) / 1.000 = 1,20 \cdot \left( E_t \left( \text{kN/m}^2 \right) \right)^{0,5} \cdot \text{Kar}^2 \cdot \left( \frac{1}{1.000,0 \text{ G}} \right)^{0,5}$$

Los resultados indican que, como el valor del giro (G) depende de la longitud (t) de empotramiento de la pantalla, los parámetros (Ka) y (Kp) también dependen del valor

Tabla 4	
General de la pantalla	
Altura de la excavación	H
Longitud de empotramiento de la pantalla	t
Profundidad del apoyo	d
Traslación inicial uniforme	U <sub>0</sub>
Giro posterior a la traslación inicial	G
Profundidad del punto de giro	Z <sub>0</sub>
Trasdós de la pantalla	
Módulo de descarga desde el reposo hasta los empujes activos	Ka
Módulo de recarga desde el empuje activo	Kr
Módulo de recarga desde el empuje al reposo inicial	Krt
Intradós de la pantalla	
Módulo de recarga desde el reposo excavado hasta el reposo inicial	Kr
Módulo de carga desde el reposo inicial hasta los empujes pasivos	Kp

Tabla 5. Valores para φ = 30,0° Y H = 3,0 m						
t (m)	L=H+t (m)	1.000 G	10 Uo (mm)	Ka/1.000 (kN/m³)	Kr/1.000 (kN/m³)	Kp/1.000 (kN/m³)
3,0	6,0	1,6548	15,5	4,0	17,5	24,0
3,5	6,5	0,8774	15,5	5,5	17,5	32,0
4,0	7,0	0,4866	15,5	7,0	17,5	42,0

Tabla 6. Valores para  $\varphi = 30,0^\circ$ ,  $H = 3,0$  m y  $d = 0,5$  m

t (m)	L=H+t (m)	1.000 G	Uo (mm)	Ka/1.000 (kN/m <sup>3</sup> )	Krt/1.000 (kN/m <sup>3</sup> )	Kr/1.000 (kN/m <sup>3</sup> )	Kp/1.000 (kN/m <sup>3</sup> )
1,5	4,5	0,22896	0,5724	10,0	40,0	18,0	55,0
2,0	5,0	0,19778	0,4944	12,0	42,0	21,0	58,0
2,5	5,5	0,18001	0,4500	13,5	43,5	23,0	60,0

de (t), lo cual puede tener su importancia en una pantalla larga con varias fases de excavación.

## B. Pantalla con un apoyo

Los tanteos efectuados para reproducir los resultados del cálculo con FEM, para la pantalla con un apoyo a la profundidad  $d = 0,5$  m, con excavación  $H = 3,0$  m en terreno con módulo de deformación  $E_t = 50.000,0$  kN/m<sup>2</sup>, y en función del empotramiento (t) de la pantalla han sido los reflejados en la tabla 6.

En este caso de pantalla apoyada, con objeto de reproducir los empujes del trasdós en la parte superior de la pantalla, ha sido preciso considerar un parámetro de recarga especial (Krt(z)) con un valor máximo en superficie (Krt) que disminuye de manera lineal hasta el módulo de recarga (Kr) con una variación igual asimismo a (Kr). Es decir la ley utilizada ha sido:

$$Krt(z) = Krt - z \cdot Kr \geq Kr$$

Igualmente para pasar a los empujes pasivos se ha tenido que considerar un parámetro (Kp(z)) que tiene igualmente una variación lineal con la profundidad, desde el valor máximo al nivel de la excavación (Kp) y una disminución lineal del 10% de dicho valor máximo. Es decir la ley utilizada ha sido:

$$Kp(z) = Kp - z \cdot Kp / 10$$

En el Apartado 5.B se recogen las expresiones de la traslación inicial (Uo) y del giro (G) cuya formulación se reproduce a continuación:

$$Uo(mm) = -1.000,0 \cdot (H-d) \cdot G$$

$$G = \frac{-\gamma(kN/m^3)}{72,0 \cdot E_t(kN/m^2)} \cdot \left(\frac{H}{H-d}\right)^{tg\varphi^{1,25}} \cdot \left(\frac{1}{tg\varphi^{2,20} \cdot Kar^2}\right) \cdot \left(\frac{H}{t}\right)^{4,8Kar^2 \cdot \left(1-\frac{d}{H}\right)}$$

Posteriormente se ha tratado de ver la relación entre los distintos parámetros, comprobando que los coeficientes de balasto (Ka), (Krt), (Kr) y (Kp), guardan una relación lineal o

parabólica con la inversa del giro (1/G), tal como puede apreciarse en la Figura 11.

Al igual que en el caso de la pantalla autoportante, analizada la influencia que tiene el ángulo de rozamiento en el valor de los parámetros se ha visto que es preciso dividir los valores por el cuadrado del coeficiente de empuje activo de Rankine (Kar) para obtener una parábola común.

Esto permite establecer las siguientes relaciones:

$$Ka(kN/m^3)/1000 = 21,6 \cdot Kar^2 \cdot \frac{-1}{1.000,0 G}$$

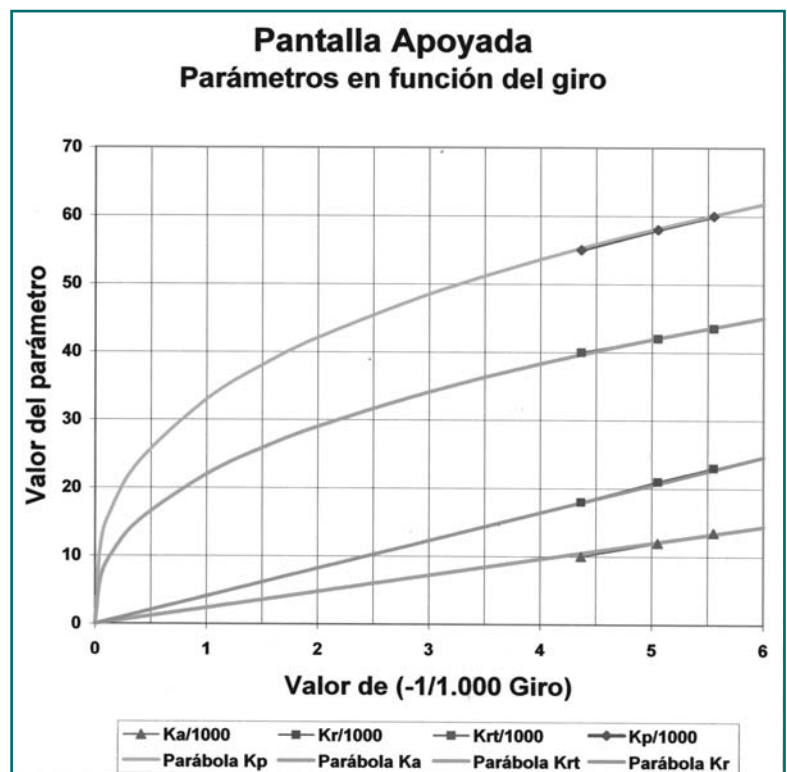
$$Krt(kN/m^3)/1000 = 199,8 \cdot Kar^2 \cdot \left(\frac{-1}{1.000,0 G}\right)^{0,4}$$

$$Kr(kN/m^3)/1000 = 36,9 \cdot Kar^2 \cdot \frac{-1}{1.000,0 G}$$

$$Kp(kN/m^3)/1000 = 297,0 \cdot Kar^2 \cdot \left(\frac{-1}{1.000,0 G}\right)^{0,4}$$

En estas expresiones, al igual que en el caso de pantalla autoportante, tanto (G) como (Kar) son adimensionales y los valores (Ka), (Krt) (Kr) y (Kp) resultan en las dimensiones indicadas. Al establecer las fórmulas finales debe tenerse en cuenta que los desplazamientos y giros son proporcionales a ( $\gamma/E_t$ ) y los empujes a ( $\gamma$ ) con lo cual los coeficientes de balasto deben ser proporcionales a ( $E_t$ ) y, en consecuencia, se obtiene:

Fig. 11. Pantalla apoyada. Correlación de parámetros con el giro.





$$Ka(kN/m^3)/1000 = 21,6 \cdot Kar^2 \cdot \frac{-1}{1.000,0 \cdot G}$$
$$Krt(kN/m^3)/1000 = 0,303 \cdot \left(E_t(kN/m^2)\right)^{0,6} \cdot Kar^2 \cdot \left(\frac{-1}{1.000,0 \cdot G}\right)^{0,4}$$
$$Kr(kN/m^3)/1000 = 36,9 \cdot Kar^2 \cdot \frac{-1}{1.000,0 \cdot G}$$
$$Kp(kN/m^3)/1000 = 0,450 \cdot \left(E_t(kN/m^2)\right)^{0,6} \cdot Kar^2 \cdot \left(\frac{-1}{1.000,0 \cdot G}\right)^{0,4}$$

En estas expresiones, al igual que en el caso de pantalla autoportante, como el valor del giro (G) depende de la longitud (t) de empotramiento de la pantalla, los parámetros (Ka), (Krt) (Kr) y (Kp) también dependen de (t), lo cual puede tener su importancia en una pantalla larga con varias fases de excavación.

C. Ejemplos de aplicación

Para ver la influencia que puede tener la existencia de las distintas fases de excavación en la elección de los parámetros, se ha realizado la aplicación de las fórmulas anteriores a una *pantalla rígida de 9,0 m de longitud* considerando un terreno de características similares a las utilizadas en los cálculos FEM y en dos hipótesis distintas.

1ª Hipótesis. Excavación máxima de 6,0 m con un apoyo

Fase 1. Voladizo de 2,0 m  
Fase 2. Excavación de 6,0 m con un apoyo a 2,0 de profundidad  
El cálculo de los distintos parámetros se ha realizado suponiendo que cada fase es independiente y que la Fase 2 no está influida por la anterior, aspecto que no se ha analizado en el presente trabajo. Los resultados han sido los indicados en la tabla 7.  
Se observa la gran diferencia de los parámetros de una fase a otra, principalmente de los módulos (Ka) y (Kp).

2ª Hipótesis. Excavación máxima de 7,0 m con dos apoyos

Fase 1. Voladizo de 2,0 m  
Fase 2. Excavación de 4,5 m con un apoyo a 2,0 de profundidad  
Fase 3. Excavación de 7,0 m con dos apoyos a 2,0 y 4,5 m de profundidad  
Al igual que en la hipótesis anterior, el cálculo de los distintos parámetros se ha realizado suponiendo que cada fase es independiente y que las Fases 2 y 3 no están influidas por las anteriores. Para la Fase 3, como aproximación, se han aplicado las expresiones de la pantalla con un apoyo, considerando que éste se sitúa

a la profundidad más baja, a sabiendas de que esta simplificación puede ser muy discutible. Los resultados han sido los reflejados en la tabla 8.

Estos resultados vuelven a poner de manifiesto la influencia que tienen las fases de ejecución en los valores que deben adoptarse para caracterizar el terreno a un lado y otro de la pantalla. Debe recordarse, además, que en el cálculo es preciso considerar, tanto en la pantalla autoportante como en la pantalla apoyada, el valor de la traslación inicial (Uo) antes de que se produzca el giro posterior.

6. CONCLUSIONES

Del análisis efectuado en los apartados anteriores, se pueden deducir algunas conclusiones que resumimos a continuación:

- 1. La flexibilidad de la pantalla tiene un efecto despreciable respecto a los empujes activos y pasivos que se desarrollan a un lado y otro de la pantalla.
- 2. Los empujes que se desarrollan en el trasdós de la pantalla, son similares a los empujes activos de Rankine. En la *pantalla autoportante* crecen en la parte inferior de la pantalla pero quedan muy lejos de los valores del empuje pasivo de Rankine. En la *pantalla con un apoyo* aparecen empujes importantes alrededor y por encima del apoyo, superiores a los empujes pasivos de Rankine y próximos a los de Caquot y Kerisel, considerando ángulos de rozamiento entre el terreno y la pantalla del orden de  $\delta = - 2/3 \varphi$ .
- 3. Los empujes que se movilizan en el intradós de la pantalla, bajo el terreno excavado, superan el valor del empuje pasivo de Rankine, siendo más adecuado

Tabla 7. Datos y parámetros de cálculo de la 1ª Hipótesis								
Fase	H (m)	t (m)	d (m)	Giro (‰)	Ka (kN/m³)	Krt (kN/m³)	Kr (kN/m³)	Kp (kN/m³)
1	2,0	7,0	-	0,00827	54.626,0	-	18.000,0	327.757,0
2	6,0	3,0	2,0	- 0,2364	10.151,0	39.546,0	17.341,0	58.731,0

Tabla 8. Datos y parámetros de cálculo de la 2ª Hipótesis								
Fase	H (m)	t (m)	d (m)	Giro (‰)	Ka (kN/m³)	Krt (kN/m³)	Kr (kN/m³)	Kp (kN/m³)
1	2,0	7,0	-	0,00827	54.626,0	-	18.000,0	327.757,0
2	4,5	4,5	2,0	- 0,2025	11.849,0	42.070,0	20.243,0	62.480,0
3	7,0	2,0	4,5	- 0,3212	7.473,0	34.986,0	12.766,0	51.960,0

adoptar los coeficientes de empuje pasivo de Caquot y Kerisel, considerando ángulos de rozamiento entre el terreno y la pantalla del orden de  $\delta = -2/3 \varphi$ .

4. Para reproducir los empujes obtenidos por el método de elementos finitos (FEM) con otros métodos de cálculo, el proceso que refleja el comportamiento de la pantalla es el siguiente:

4.1. Excavación sin movimiento de la pantalla, modificándose las tensiones de estado al reposo bajo el fondo de excavación.

4.2. Traslación inicial de la pantalla ( $U_0$ ) hasta recuperar el estado al reposo inicial, antes de excavar.

4.3. Giro posterior de la pantalla ( $G$ ) alrededor de un punto situado por debajo de la excavación con un sentido de vuelco, para la *pantalla autoportante*, y con sentido contrario, para la *pantalla apoyada*.

5. En los métodos de cálculo en los que el terreno se representa por un modelo matemático de muelles elasto - plásticos (Método 2), definido por coeficientes de balasto, los parámetros a utilizar dependen fundamentalmente de:

5.1. El módulo de deformación del terreno ( $E_t$ ).

5.2. Los parámetros resistentes del terreno, ángulo de rozamiento interno ( $\varphi$ ) y cohesión ( $c$ ). En este artículo sólo se ha considerado terreno sin cohesión.

5.3. La geometría de la pantalla, en particular la altura de excavación ( $H$ ), el empotramiento de la pantalla ( $t$ ) y la profundidad del apoyo ( $d$ ).

5.4. Las fases de ejecución del proceso de vaciado.

6. Los parámetros de cálculo que definen, en cada caso, el *modelo matemático de un terreno sin cohesión*, están bien relacionados con el giro ( $G$ ) de la pantalla, el cual, a su vez, depende de las variables indicadas en el punto anterior.

7. En el *Método de cálculo 2*, que utiliza un modelo matemático con resortes elasto - plásticos, resulta adecuado considerar, en el caso de la *pantalla autoportante*, que el terreno situado en el *trasdós de la pantalla* está caracterizado por un coeficiente ( $K_a$ ) de descarga desde el estado de empuje al reposo al de empuje activo y otro de recarga ( $K_r$ ) sensiblemente igual al doble de ( $K_a$ ). En el *intradós de la pantalla* (zona bajo la excavación) el paso desde el empuje al reposo, después de excavar, al de empuje pasivo, consta de dos partes una primera de recarga con traslación uniforme ( $U_0$ ) y parámetro ( $K_r$ ) hasta recuperar el empuje al reposo inicial. Para el giro posterior el terreno se caracteriza por un coeficiente de carga ( $K_p$ ), bastante superior a ( $K_r$ ) y este parámetro ( $K_r$ ) para la zona de descarga bajo el punto de giro.

8. En el *Método de cálculo 2*, (modelo matemático con resortes elasto - plásticos) en el caso de la *pantalla*

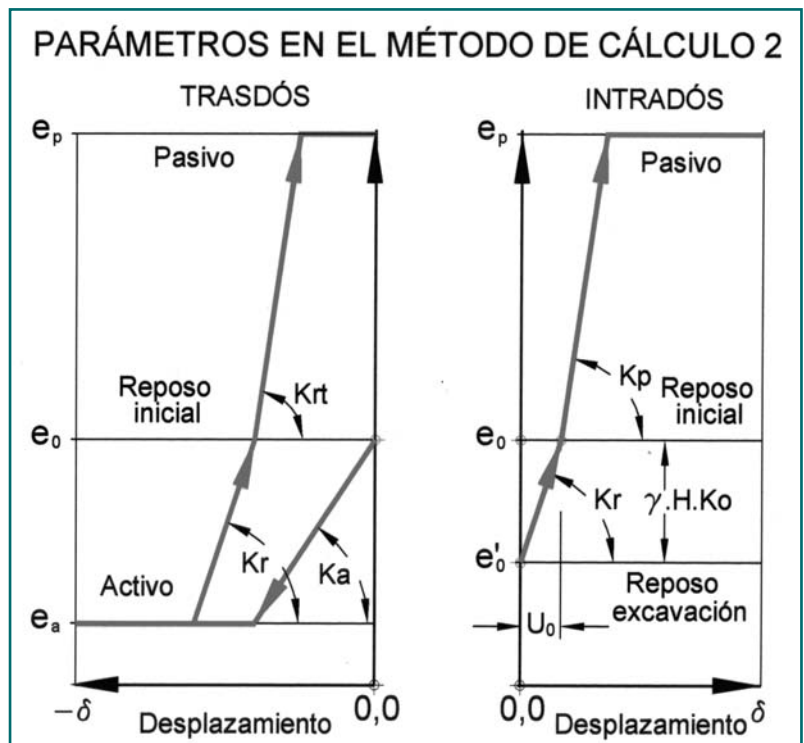


Fig. 12. Esquema de parámetros en el Método de Cálculo 2.

*apoyada* resulta adecuado considerar que el terreno situado en el *trasdós de la pantalla* está caracterizado por un coeficiente ( $K_a$ ) de descarga desde el estado de empuje al reposo al empuje activo y otro de recarga ( $K_r$ ) similar al indicado anteriormente que en la zona superior alcanza un valor bastante más elevado ( $K_{rt}$ ). En el *intradós de la pantalla* (zona bajo la excavación) el paso desde el empuje al reposo después de excavar, al de empuje pasivo, consta igualmente de dos partes una primera de recarga con desplazamiento uniforme ( $U_0$ ) y parámetro ( $K_r$ ) hasta recuperar el empuje al reposo inicial y un giro posterior en el que el terreno se debe caracterizar por un coeficiente de balasto ( $K_p$ ), bastante superior a ( $K_r$ ), que decrece algo linealmente con la profundidad.

En la Figura 12 se recoge un esquema de todos estos parámetros, que puede ayudar a definir el modelo matemático en cada caso particular. Es evidente que el modelo puede resultar muy complicado si los distintos módulos varían de una fase de excavación a otra, como ha quedado puesto de manifiesto en los cálculos efectuados. ♦

#### Referencias:

-Muzás, F.: "Consideraciones sobre la elección de Coeficientes de Balasto". Revista de Obras Públicas N° 3.427 - Noviembre de 2002.